

Essai sur les modèles financiers appliqués à la BRVM*:cas d'APT[†]de Ross et de Fama et French

ABDOULAZIZ ALHASSANE GARBA[‡]

Université Cheikh Anta Diop
abdoulaziz.alhassanegarba@ucad.edu.sn

BABACAR SENE[§]

Université Cheikh Anta Diop
babacar.sene@ucad.edu.sn

PIERRE MENDY[¶]

Université Cheikh Anta Diop
pierre.mendye@ucad.edu.sn

January 25, 2019

Résumé

Dans le présent papier, il est question d'étudier les rendements des actions en s'intéressant particulièrement à la catégorisation des actions. En effet, nous nous sommes intéressées à l'application de cinq modèles, à savoir le MEDAF¹, le modèle de Bornholt, le Downside Risk MEDAF(2002), les deux modèles de Fama et French de 1993 et 2015, pour évaluer les actions de la BRVM. On a utilisé aussi, une technique d'estimation, le Quantile Régression (QR) vu que les données ne sont pas gaussiennes. Ainsi, il ressort de ces estimations que globalement toutes les régressions débouchent sur des meilleurs modèles. Mais, lorsqu'on considère uniquement la statistique de R-deux, manifestement, les deux modèles de Fama-French (93, 2015) se démarquent du lot. Et, s'il faut choisir entre les cinq modèles, le modèle à trois facteurs de Fama et French semble être le meilleur modèle optimal pour le cas des actions de la BRVM, dans lequel le facteur bêta de marché est considéré comme un facteur de rentabilité, de même que SMB pour les portefeuilles SL, SM et SH. Toutefois, on constaté que selon les résultats du modèle de Fama-French(93 et 2015), les portefeuilles à petite capitalisation boursières(Small) sont plus rentables que les grandes capitalisation(Big).

Clés : Fama-French, Bornholt, Downside Risk MEDAF, MEDAF, QR et BRVM.

JEL : G11, G12, G15, O55

*Bourse Regionale des Valeur Mobilière

†Arbitrage Pricing Theory

‡Je remercie tous les collaborateurs à cet article

§Corresponding author

¶Corresponding author

¹Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers

1 Introduction

De nos jours les marchés boursiers deviennent de plus en plus sollicités dans les échanges par le biais des titres de créances (actions) et des dettes (obligations, bon de trésors...). Ils fournissent un système permettant aux entreprises et aux Etats de mobiliser des financements à court, moyen et long terme auprès des investisseurs, par l'entremise de vente d'actions et d'obligations qu'ils détiennent, et créent un environnement favorisant le libre-échange de tels instruments par les acheteurs et les vendeurs. C'est ce qui fait dire à (Piesse & Hearn, 2005), "qu'il n'est secret pour personne que les titres des marchés boursiers ont joué un rôle très important dans la croissance économique que les banques classiques".

Sur le continent africain, vers 1989, suite au développement de la technologie, on assiste à une forte progression du nombre de bourses des valeurs mobilières actives en Afrique subsaharienne qui est passé de cinq (Afrique du Sud, Zimbabwe, Kenya, Nigeria et Ouganda) à une vingtaine en 2011. Au nombre de ces bourses figurent deux, la Bourse régionale des valeurs mobilières (BRVM), en Afrique de l'Ouest, et la Bourse des valeurs mobilières de l'Afrique centrale (BV-MAC), en Afrique centrale. Le nombre global des marchés boursiers est certes considérable, mais quelques-uns seulement sont relativement actifs et bien développés. La plupart d'entre eux sont caractérisés par un faible niveau de capitalisation boursière et l'absence de profondeur et de liquidité. Sur un grand nombre de marchés, une ou tout juste quelques actions seulement dominent très souvent toutes les transactions. A titre illustratif, les activités des marchés sont dominées par les quatre plus grands marchés boursiers, à savoir : l'Afrique du Sud (312 milliards d'USD), avec environ 60 p.100 de la capitalisation boursière en Afrique ; suivi par l'Égypte (83 milliards d'USD) ; le Maroc (64 milliards d'USD) et le Nigeria (40 milliards d'USD). Toutes les autres économies combinées se contentent d'une part de 40 milliards d'USD. À l'exception des bourses du Nigeria et de l'Afrique du Sud, toutes les bourses des valeurs mobilières d'Afrique subsaharienne sont caractérisées par le nombre relativement modeste des sociétés cotées. Dans le même ordre d'idée, sur le marché boursier de l'Afrique de l'ouest on constate une forte croissance de la capitalisation prenant la forme exponentielle à partir de l'an 2000 jusqu'en 2015. On peut dire qu'en moyenne annuelle, elle est passé de près de 50 milliards de dollars en 2000 à 240 milliards de dollars en 2015 (Source : données BRVM). (Voir graphique 1).

Par ailleurs, on constate, du point de vue réglementation et respect de certaines normes, les marchés boursiers africains francophone sont mieux règlementés que les marchés africains de l'espace anglophone, a constaté (Piesse & Hearn, 2005).

En se basant sur le constat décrit en amont, la recherche scientifique n'est pas restée au stade stationnaire sans progresser. De par son dynamisme, elle a mis à la disposition des acteurs et intervenants du marché une multitude de modèles leur permettant d'avoir un support pour évaluer le rendement sous contrainte d'un risque minimum qu'il faut maîtriser. C'est pourquoi avec (Markowitz, 1952) qui décrit dans la « Théorie moderne du portefeuille », montre que le dilemme de la finance fondamentale repose sur le choix entre espérer une rentabilité moins élevée mais sûre, ou bien prendre un risque pour une grande rentabilité. Cet outil décrit la relation entre le risque d'un actif financier et la rentabilité espérée de cet actif. Ce modèle se propose de déterminer les prix des valeurs mobilières qui permettent à l'offre et à la demande pour chacun des titres de s'équilibrer, et donc de dégager l'équilibre général du marché. Avec un grand succès qu'il a connu dans le monde de la finance, ce modèle reste une référence en termes de processus de sélection de titres pour créer un ou des portefeuilles les plus efficaces possibles. Ainsi, on assiste à d'autres modèles plus performants basés sur la théorie de Markowitz, qui se sont succédés et furent leurs entrées dans le cercle des modèles financiers mondiaux. Ils sont, le MEDAF (Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers) de Sharpe-Lintner et Mossin dans les années 60, qui se sont basés sur un seul coefficient, le « Bêta » du marché pour expliquer la variation

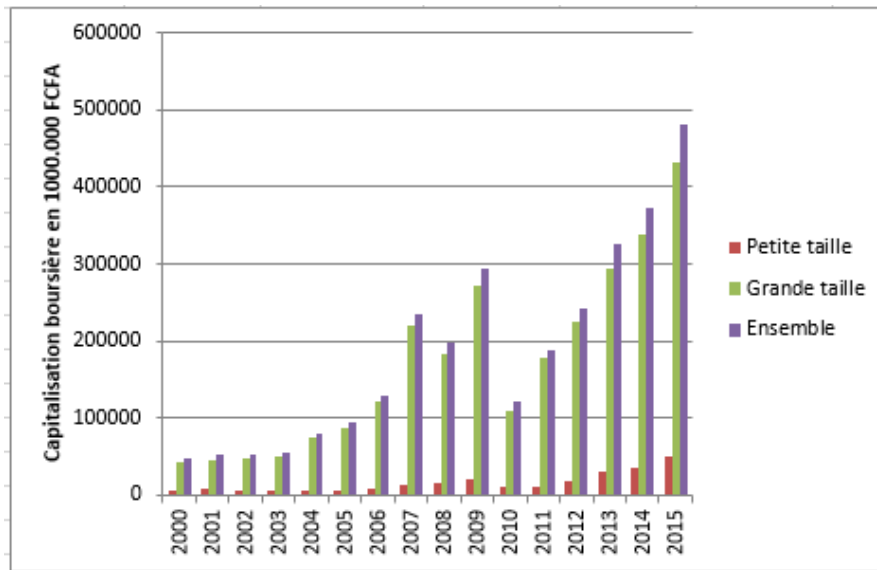


Figure 1: Evolution de la capitalisation boursière par an selon la taille

du rendement mensuel des actifs. Ce dernier est critiqué vu sa simplicité et le seul facteur du marché comme explicatif, c'est pourquoi les Modèles d'Evaluation par Arbitrage de (Roll & Ross, 1984) a tenté de corriger une certaine imperfection liée à la spécification du modèle MEDAF, en utilisant plusieurs betas au lieu d'un seul, dont chacun correspond à un facteur particulier de variation du cours et du rendement. Du même auteur, on constate que l'arbitrage à un moment disparaît entre deux actifs, c'est-à-dire que les deux actifs convergent vers un même prix d'où l'hypothèse de l'Absence d'Opportunité d'Arbitrage (AOA). Toujours, dans le même ordre d'idée que les investisseurs désirent maximiser leur fonction de profit, (Fama & French, 1992) dans le modèle à trois facteurs ont démontré que le seul facteur du marché ne peut pas suffire à lui seul à estimer le rendement d'un actif ou portefeuille d'actifs, donc, il faut nécessairement ajouter d'autres facteurs pour corriger le maximum d'anomalies non prises en compte par le modèle. En se basant sur des variables tirées des données comptables et financières, on assiste à une série de modèles améliorés. Il y a aussi, le Downside Risk MEDAF de (Estrada, 2002) connu sous le nom de D-MEDAF, conçu pour améliorer le MEDAF qui semble être incomplet vu l'utilisation de la volatilité du marché comme seul facteur explicatif au lieu de la semi-variance. Par cette dernière, l'auteur démontre par un contre-exemple à travers des théories mathématiques prouvant que les investisseurs préfèrent toujours les volatilités baissières que les haussières. Il ajoute aussi, que les investisseurs choisissent les actifs à rendement supérieur à la moyenne fixée (le rendement moyenne de l'ensemble des périodes). C'est ce qui justifie ici, l'ajout du nouveau facteur dans le MEDAF, la Semi-Variance. Par ailleurs, on note quelques tentatives tendant toujours à améliorer le MEDAF, notamment le modèle amélioré MEDAF de Bornholt (Bornholt, 2007). Ce dernier a travaillé en introduisant dans le modèle final de MEDAF un deuxième facteur, la prime de risque lié à la moyenne du rendement de marché. Malgré la pertinence du modèle, il n'a pas suscité beaucoup d'engouement. À l'époque lointaine, il existe aussi d'autres chercheurs qui ont beaucoup contribué à l'amélioration du MEDAF, il s'agit notamment de (Modigliani & Pogue, 1973), (S. Basu, 1975) (S. Basu, 1983) (S. K. Basu, Paul, & Bhattacharjee, 1986), REINGANUM(1983), (Bhandari, 1988), (Hamao, 1988), (Chan, Hamao, & Lakonishok, 1991),

etc.

Synthétisant les modèles précités, certains sont meilleurs que d'autres, l'adaptabilité et l'applicabilité sont conformes aux contextes dans lequel nous voulons étudier les caractéristiques des actifs et leurs rendements. C'est ce qui conduit à poser la question centrale de l'étude à savoir quel outil mettre à la disposition des intervenants du marché BRVM pour leur permettre de faire profit ? Autrement dit, quel outil utiliser pour faire profit sur le marché BRVM pour tout investissement ? L'objectif général de ce papier est de choisir le meilleur modèle optimal adapté aux actifs de la BRVM. Plus spécifiquement, de déterminer les facteurs de risque et de rentabilité.

Dans la suite, le papier sera organisé de la manière suivante : la deuxième partie concernera une brève revue de littérature financière, une présentation des variables et les méthodologies adoptés. La troisième partie traitera d'une présentation et étude empirique des données ainsi que de la comparaison des modèles. Enfin, la quatrième partie fera l'objet d'une synthèse, puis termine par des perspectives.

2 Revue de la littérature théorique et empirique

2.1 Revue Théorique

1. MEDAF : « Ne mets pas tous tes oeufs dans le même panier ».

Développé par trois auteurs, Sharpe, Lintner et Mossin dans les années 60 sur la base de concept moyenne-variance de (Markowitz, 1952) qui stipule que les investisseurs désirent maximiser leur fonction d'utilité. Cet outil décrit la relation entre le risque d'un actif financier et la rentabilité espérée de cet actif. Aussi, cette théorie fait appel aux concepts de frontière efficiente, de coefficient bêta, de droite de marché des capitaux et de droite de marché des titres. C'est ce qui fait ressortir la formalisation la plus accomplie des travaux de Markowitz donnée par le modèle d'évaluation des actifs financiers ou MEDAF :

$$E(R_{it}) = R_{ft} + \beta^{RMRF} [R_{Mt} - R_{ft}] \quad (1)$$

Avec,

R_{it}, R_{ft}, R_{Mt} et β^{RMRF} respectivement, le rendement des actifs ou portefeuille d'actifs, le taux sans risque, le rendement du marché et le coefficient du risque.

Comme insuffisance, la communauté scientifique reprochait à MEDAF la limite du beta comme seul facteur explicatif.

2. Le MEDAF de Bornholt

En utilisant les mêmes données que (Fama & French, 1993), (Bornholt, 2007), dans ses recherches basées sur le MEDAF, tente d'introduire une nouvelle variable dans l'équation du MEDAF, le Bêta récompensé. Ce dernier à lui seul, selon (Bornholt, 2007), a un poids qui peut remplacer les deux poids combinés des facteurs HML et SMB. La formalisation la plus simple du modèle est comme suit :

$$R_{jt} - r_{ft} = \alpha_{jt}[E(R_{mt}) - r_{ft}] + \beta_{jt}[R_{mt} - E(R_{mt})] + \varepsilon_{jt} \quad (2)$$

Avec

$R_{mt} - E(R_{mt})$: Écart entre le rendement du marché au temps t et sa moyenne générale.

Dans ce présent modèle il existe toujours des insuffisances dues aux facteurs.

3. Downside Risk MEDAF

Downside Risk MEDAF de (Estrada, 2003) conçu pour améliorer le MEDAF qui semble avoir tort en utilisant la volatilité entière du marché au lieu de la semi-variance. Car,

l'auteur montre à travers des théories et équations mathématiques que les investisseurs préfèrent toujours les volatilités baissières que les volatilités haussières. Il ajoute aussi, que les investisseurs choisissent les actifs à rendement supérieur à la moyenne fixée (le rendement moyenne de l'ensemble des périodes). Cela justifie l'ajout du nouveau facteur dans le MEDAF, la Semi-Variance. Ici, l'auteur considère que les investisseurs ont une fonction d'utilité sous la forme :

$$U = U(\mu_p, \sum_p^2) \quad (3)$$

Et le modèle est spécifié comme suit :

$$E(R_i) = R_f + MRP\beta_i^D \quad (4)$$

Avec

Downside Beta :

$$\beta_i^D = \frac{\sum_{iM}}{\sum_M^2} = \frac{E\{Min[(R_i - \mu_i), 0] Min[(R_m - \mu_m), 0]\}}{E\{Min[(R_m - \mu_m), 0]^2\}} \quad (5)$$

La Co-semi-variance :

$$\sum_{iM} = E\{Min[(R_i - \mu_i), 0] Min[(R_m - \mu_m), 0]\} \quad (6)$$

Downside variance :

$$\sum_i^2 = E\{Min[(R_i - \mu_i), 0]^2\} \quad (7)$$

Et

$$MRP = Min[(R_m - \mu_m), 0]. \quad (8)$$

4. Les modèles à plusieurs facteurs de Fama et French:

En réponse aux limites du modèle MEDAF dues à l'insuffisance du seul coefficient Bêta à pouvoir expliquer les différences de rendement observées entre les valeurs dites de rendement (ou Value stock) et les valeurs dites de croissances (ou Growth stocks), ou encore, les actions de petite (Small) ou de grande (Big) taille. Aussi, en réponse au modèle APT de Ross dans lequel (Fama & French, 1993) ont remarqué des anomalies dans l'explication du rendement moyen des actifs financiers. En effet, Fama-French ont nouvellement établi des facteurs explicatifs, plus puissants du rendement des actions ou des obligations financières au début des années 90. Constatant des anomalies dont la mauvaise spécification du modèle, rendant ainsi, le MEDAF moins important. (Fama & French, 1992) ont conçu un modèle basé sur des facteurs de style (HLM-Value moins Growth et SMB-Big moins Small) calculés empiriquement pour expliquer la prime de risque des actions. Ces facteurs dérivent des variables micro-économiques tirées des bilans des entreprises comme les capitaux propres, les valeurs du marché, le ratio Book-to-Equity, etc. Toutefois, seulement cinq variables éventuellement explicatives du rendement ont été proposées : le bêta, le ratio valeur comptable par rapport à la valeur du marché (VC/VM), la capitalisation boursière (CB), le levier d'endettement (leverage) et le ratio bénéfice/cours. Ajoutés à celles-là, les facteurs investissement (RMW) et profit (CMA) introduits récemment vers 2015. Parmi l'ensemble des variables, certaines jouent un rôle spécifique dans l'explication du rendement, c'est-à-dire la robustesse, mais, d'autres ne constituent qu'un ensemble de vecteur véhiculant le même message, le phénomène de redondance. A titre d'exemple,

le ratio BE/ME et la Capitalisation boursière jouent respectivement le rôle des variables levier d'endettement et le ratio bénéfice/cours, car absorbent leurs effets. C'est pourquoi, plus loin, dans le modèle à cinq facteurs de (Fama & French, 2015), on constate que, l'introduction des facteurs Investissement et Profit causent automatiquement une redondance car inhibe la force du facteur HML, même si le modèle donne un R2 plus important que les autres modèles précédents. Pour finir, (Fama & French, 1993)(Fama & French, 2012) (Fama & French, 2015) ont constaté par ailleurs que le plus grand problème auquel ils faisaient face est la modélisation de l'évaluation des petites actions en termes de capitalisation boursière. Pour le choix des variables, selon (Fama & French, 1992), la variable CB (Capitalisation Boursière) a été choisie pour représenter la taille. Par ailleurs, (Banz, 1981) a fait le même choix. Selon (Fama & French, 1992), le ratio VC/VM intervient dans l'évaluation de l'entreprise. Il permet de déterminer si le titre en question est sous-évalué ou surévalué. Si le ratio est supérieur à un, c'est-à-dire la valeur comptable de l'entreprise excède la valeur du marché de l'entreprise, alors le titre est sous-évalué par le marché. Dans le cas contraire, il est surévalué. Il faut souligner ici que la valeur comptable est souvent différente de la valeur du marché à cause du fait que le marché prend en compte le potentiel de croissance de l'entreprise dans le futur. Toutes ces variables, à titre individuel peuvent évaluer le prix d'un actif. Elles peuvent aussi extraire les informations sur les prix liées au risque et au rendement estimé (Keim, 1983) et (Fama & French, 1992). Pour construire la base de données qui avait servi d'étude, il était nécessaire de construire les factor mimicking portfolios à travers la variable taille (capitalisation) et le ratio BE/ME (Fama & French, 1993). Pour cela, une procédure a été suivie de la manière suivante : en juin de chaque année, toutes les actions du New York Stock Exchange (NYSE) référencées dans la base de données CRSP sont classées suivant leur capitalisation boursière. La taille moyenne (en termes de médiane) du NYSE est utilisée pour séparer les actions du NYSE, du NASDAQ et de l'AMEX. Cela permet de constituer les catégories S (Small - plus petites capitalisations) et B (Big plus grandes capitalisations). En effet, la taille moyenne des entreprises cotées sur l'AMEX et sur le NASDAQ étant plus petite, cela permet d'éviter d'avoir un nombre d'actions disproportionné dans la catégorie des petites capitalisations. Les mêmes actions sont séparées en trois catégories : L (Low -ratio BE/ME bas : les 30 pour cent dont le ratio est le plus bas) ; M (Medium - moyen : les 40 pour cent moyens) et H (High - élevé : les 30 pour cent dont le ratio est le plus élevé). Sur cette base, six portefeuilles sont construits à la jonction des caractéristiques taille et style (SL, SM, SH, BL, BM, BH). Ainsi, par exemple, SL reprend les actions de petites capitalisations boursières à faible ratio book-to-market. Les deux factor mimicking portfolios formés à travers les actions sont SMB et HML. SMB représente la différence entre la moyenne des rendements des trois portefeuilles de plus petites capitalisations boursières (small value, small neutral et small growth) et la moyenne des trois portefeuilles de plus grandes capitalisations boursières. HML est construit suivant la même logique : la différence entre la moyenne des deux portefeuilles (petites et grandes capitalisations boursières) avec un ratio book-to-market élevé et la moyenne des deux portefeuilles de bas ratio. A côté de HML et SMB, la troisième variable du modèle à trois facteurs est la prime de rendement du portefeuille de marché ($R_m - R_f$). La prime de rendement du portefeuille de marché est calculée comme étant la moyenne pondérée par la capitalisation boursière de tous les titres des NYSE, AMEX et NASDAQ (données issues de la base de données CRSP) moins le taux du Treasury bill à 1 mois (ou taux d'intérêt).

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \alpha_0 + b_{it}[E(R_m) - R_f] + s_{it}E(SMB) + h_{it}E(HML) \quad (9)$$

Avec

R_{it} : le rendement de l'actif i au temps t ,

R_{ft} : L'actif sans risque,

R_{Mt} : le rendement du marché,

SMB, la différence entre les rendements des portefeuilles à petite actions et à grande actions,

$$SMB = \frac{1}{3} [(S/L + S/M + S/H) - (B/L + B/M + B/H)] \quad (10)$$

HML, c'est la différence entre les rendements des portefeuilles à Ratio élevé de VC/VM et les portefeuilles à ratio bas,

$$HML = \frac{(S/H + B/H)}{2} - \frac{(S/L + B/L)}{2} \quad (11)$$

D'après Novy-Mark(2013) (R Novy-Marx, 2013), Titman, Wei et Xi (Titman, Wei, & Xie, 2004) et d'autres chercheurs, que le modèle à trois facteurs est incomplet pour l'explication du rendement, en y ajoutant les variables profit et investissement, le R2 du modèle va s'améliorer, c'est-à-dire que l'insuffisance due à la spécification du modèle se corrige et que le modèle sera satisfaisant. Ainsi, Fama et French (Fama & French, 2015) ajoute deux facteurs, profit et investissement, au modèles initial pour devenir :

$$R_{it} - R_{F,t} = a_i + b_i(R_{Mt} - R_{F,t}) + s_iSMB_t + h_iHLM_t + r_iRMW_t + c_iCMA_t + e_{it} \quad (12)$$

Avec

$R_{Mt} - R_{F,t}$: prime de risque de marché ;

s_iSMB_t : différence entre le rendement espéré d'un portefeuille de titres à faible capitalisation et celui d'un portefeuille de titres à forte capitalisation ;

h_iHLM_t : différence entre le rendement espéré d'un portefeuille de titres avec un fort rapport ratio et celui avec un faible ratio.

r_iRMW_t : facteur de profitabilité

c_iCMA_t :facteur d'investissement.

2.2 Revue empirique

Pour la méthodologie adoptée, en juin de chaque année, toutes les actions du New York Stock Exchange (NYSE) référencées dans la base de données CRSP sont classées suivant leur capitalisation boursière par FF. La taille moyenne du NYSE est utilisée pour séparer les actions du NYSE, du NASDAQ et de l'AMEX. Ensuite, dans(Fama & French, 1992), les auteurs ont calculé les valeurs book-to-market ratio, effet du ratio, earnings to price ou bien le cash-flow to Price, pour servir de potentielles explicatives (proxy). Enfin, presque toutes les variables sont transformées en des variables log normale. Et ceci, pour corriger certains comportements des séries dus à schéma (évolution) multiplicative, et aussi de corriger les grands écarts entre valeurs de variables. Dans(Fama & French, 1992), les auteurs ont mis en évidence une limite du CAPM dans l'explication des rendements moyens en coupes transversales. Le coefficient bêta de marché semble ainsi fournir relativement peu d'information sur les rendements moyens lorsque des variables telles que la taille, BE/ME, bénéfiques/prix (E/P) et le levier financier sont pris en compte. D'après les résultats obtenus par ces chercheurs, les deux variables ajoutées décrivent le rendement mieux que le portefeuille du marché, que ce soit lors d'une analyse univariée ou multivariée.D'une part, FF

ont remarqué qu'entre le rendement et le bêta, il existe une relation mais de faible coefficient sur certaines périodes (1941-1990) et inexistante sur d'autres périodes (1963-1990). S'agissant du signe de la relation, elle est négative sur quelques périodes et légèrement positive sur d'autres. D'autres parts, la relation univariée entre rendement et les variables taille, levier, E/P, et le ratio BE/ME est forte. Aussi, en régression multivariée, il existe une relation significativement négative et robuste entre la taille et rendement. Il y'a aussi une relation significative et positive entre le ratio BE/ME et le rendement. Bref, notons que l'effet taille est plus pertinent que le ratio car joue un grand rôle dans la variation du rendement. Ensuite, (Fama & French, 1993) ainsi que d'autres, tels que (Banz, 1981), ont remarqué que les titres à petites capitalisations, considérés comme étant plus risqués et ayant un coût de capital plus élevé, ont généralement un rendement plus élevé que ceux à grandes capitalisations. En d'autres termes, les titres à petite CB ont un rendement excédentaire par rapport à celui de l'actif sans risque qui est plus élevé que celui prédit par le MEDAF. Par contre, il y a une petite différence en entre les petites capitalisations et les capitalisations moyennes en termes de rendement. Les mêmes auteurs ont remarqué que, les titres à ratio BE/ME élevé, c'est-à-dire ceux qui sont très sous-estimés par le marché, sont plus risqués et ont un coût de capital plus élevé, mais ont généralement un rendement plus élevé. Toujours, selon (Fama & French, 1998), même si on applique le modèle sur les portefeuilles des marchés internationaux, notamment, les marchés européens et asiatiques, le constat reste le même. (Bhandari, 1988) trouve qu'il y a une relation positive entre le rendement et le levier. Ce dernier explique le rendement, en incluant la taille et le coefficient bêta dans l'équation. Stattman et Rosenberg (1988) (), Reid et Lanstein (1988) () ont montré que sur les données du marché Américain, les rendements moyens sont positivement liés aux ratios (BE/ME) des firmes. Par ailleurs, (Chan et al., 1991) ont découvert que le ratio (BE/ME) joue un grand rôle comme variable explicative du rendement moyen sur les données du marché boursier Japonais. (S. Basu, 1983), sur les données du marché américain, a trouvé que le ratio (bénéfice/prix) est une variable explicative du rendement moyen, parmi les autres explicatives (par exemple : taille et bêta). (Fama & French, 1995), toujours sur les données NYSE ont choisi la variable profit à la place du rendement pour expliquer les variables utilisées dans le modèle FF(93). Et ils sont parvenu à un résultat que les portefeuilles à petite capitalisation boursière ont un profit plus élevé que les portefeuilles à grande capitalisation. En plus, comme le ratio (E/P), Taille, levier, Ratio (BE/ME) sont des facteurs d'évaluation de prix, il est raisonnable de soupçonner qu'il existe une variable redondante dans le modèle explicative du rendement. En fin, en comparant l'effet taille (relatif à la CB) à celui du ratio VC/VM, Fama et French (Fama & French, 1993) ont remarqué que le ratio VC/VM peut s'interpréter comme étant un indicateur direct des perspectives de la firme, et est statistiquement plus significatif que la CB ; et que le ratio VC/VM avait continuellement un effet plus puissant, majeur et dominant par rapport à la CB quant à l'influence sur le comportement des titres. (Aksu & Onder, 2000) sur les données du marché Istanbul (ISE), ont appliqué deux différents modèles d'évaluation des actifs financiers, le CAPM et le modèle à trois facteurs de FF(1993). Ainsi, les auteurs (Aksu & Onder, 2000) ont trouvé que les deux variables taille et ratio (BE/ME) sont significatives, mais l'effet taille a une force explicative plus puissante. De plus, ils trouvaient qu'en moyenne, un portefeuille à ratio élevé et à petite taille de capitalisation boursière fournissent un rendement excédentaire et significatif, et cette prévisibilité est largement liée aux caractéristiques de la firme et à la détresse macroéconomique. Sur une étude comparative des modèles MEDAF et Fama French 92, utilisant les données de la BRVM, (Soumaré, Aménounvé, Diop, Méité, & N'sougan, 2013), ont trouvé que seulement 39,29 pour cent des actions satisfont le modèle MEDAF. Le facteur risque

de marché explique à lui seul 11,32 pour cent des variations du rendement des actions. Ensuite, avec le modèle de Fama et French, 10 actifs sur 28 (35,71 pour cent) sont pris en compte par le modèle et a un $R^2=20,40$ pour cent. Toutefois, aucun des deux modèles n'a atteint les 60 pour cent de taux de variations. Mais, les coefficients des facteurs SMB et HLM sont significatifs et positifs : HLM (36 pour cent), Risque de marché (46 pour cent) et SMB (50 pour cent). En effet, la faible performance des modèles peut s'expliquer par une faible performance du marché commun et une forte volatilité au niveau facteur risque de marché qui est peut-être due à la crise ivoirienne. (Fama & French, 1993) dans ce papier ont élargi leurs travaux précédents sous trois horizons: (1) Au lieu de travailler uniquement sur les actifs, ils ont travaillé sur un autre modèle qui peut aussi expliquer les obligations émises sur les marchés américains intégrés. (2) En dehors des variables taille et ratio, explicatives du rendement, les auteurs ont élargi la liste des variables explicatives du facteur obligation, RMO, SMB, HLM, TERM et DEF. Le but ici, est de voir lesquelles des variables peuvent expliquer les obligations, voir aussi, si l'effet contraire est plausible pour le cas des actions. (3) Peut être le plus inquiétant, est que les deux approches des tests ne soient pas les mêmes. Car dans FF (1992), c'est la régression en coupe transversale de (Fama Kenneth, Eugene French, & J. MacBeth, 1973) qui a été utilisée pour expliquer le rendement. Mais qu'ici, il sera difficile de suivre le même modèle pour les obligations, car les variables taille et ratio n'ont pas les mêmes caractéristiques que les taux d'intérêts ou le taux obligataire. Toutefois, certains auteurs ne semblent pas partager la même assertion que Fama French. Sur une étude comparative utilisant plusieurs panels de modèles, (Lutzenberger, 2015) a constaté que le modèle Carhart utilisant les Momentum facteurs, explique mieux les rendements des portefeuilles des marchés européens. Et que les portefeuilles à grand ratio (VC/VM) ont un rendement élevé contrairement aux portefeuilles à petit ratio. (Machado, Bortoluzzo, Martins, & Sanvicente, 2013) ont utilisé d'autres facteurs (taux d'intérêt, inflation, Cours de l'or et le taux de change) pour expliquer le rendement d'une action ou portefeuille d'actions. Il en résulte que les facteurs taux d'intérêt et cours de l'or ont un impact significatif et positif sur le rendement, contrairement aux facteurs taux d'inflation et taux de change.

3 Méthodologie, échantillon et estimation

3.1 Données et échantillon

La base de données utilisée dans le présent papier est constituée de l'ensemble des actions cotées à la BRVM. Certaines sont de grande taille, d'autres de petite taille et quelques une forme l'indice BRVM10² pour chaque année. Chaque série de ces actions est accompagnée de certains nombre modalités à savoir la date, la capitalisation boursière ou la valeur boursière, les capitaux propres, etc. A ceux-là s'ajoutent l'indice du marché (Rm) et le taux sans risque (Rf). Toutes les données sont collectées sur le site Bloomberg, l'interface de la BRVM et le site de la BCEAO. De ces séries des cours sont calculées les séries de rendement relatives aux actions. Les données couvrent la période allant de janvier 2000 à décembre 2015 soit en fréquence mensuelle (de 192 observations). Le choix de l'année 2000 comme année base line de l'échantillon réside dans la stabilité des économies de l'Afrique de l'Ouest, et le nombre d'année 16 ans permet d'élargir les échantillons pour qu'enfin les séries puissent converger normalement. Cependant, du fait de certaines perturbations

²Le BRVM 10 est un indice qui regroupe 10 valeurs les plus actives, et il est révisé trimestriellement.

au niveau du calcul des rendements mensuels dû à l'absence totale de certaines semaines et même des mois de cotation, aussi lorsque les capitaux propres d'une entreprise dans une année donnée est négative, alors, les actions sont automatiquement enlevées de la base. De ce fait, l'année de base a changé pour 2006 et le nombre de mois se limite à 120 observations. Le choix de l'année 2006 réside dans le fait qu'à ce niveau seulement qu'une grande partie d'action (31) est retenue avant l'élimination des autres. Les séries brutes des données financières notamment les rendements des actions ordinaires peuvent contenir des biais comme la présence d'hétéroscédasticité, qui est une réalité largement admise dans la littérature financière. Par conséquent, lorsqu'elle n'est pas corrigée, pourrait donner lieu à des estimateurs biaisés de la variance (Dickey & Fuller, 1981). Pour y remédier, nous allons calculer les rendements logarithmiques mensuels. Ce dernier peut éviter le phénomène de volatilité groupées ou clustering.

3.2 Méthode d'estimation

Transformation logarithmique: Les modèles présentés ci-dessus ont été appliqués sur les séries financières journalières après leurs traitements. étant donné le non disponibilité des dividendes, les taux de rendements pour chaque action sont calculés par la différence entre les logarithmes népériens de deux cours boursiers consécutifs des actions (Fama & French, 1993), Soit :

$$R_{it} = \ln(P_{it}) - \ln(P_{it-1})$$

Avec

R_{it} : Le rendement de l'actif ;

P_{it} et P_{it-1} : respectivement les cours journaliers des actions, à l'instant t et $t-1$; \ln : le logarithme népérien.

Les Moindres Carrés Ordinaires (MCO) et la Régression Quantile (QR): Plusieurs chercheurs ont testé les modèles linéaires MEDAF et Fama-French par la méthode de Moindres Carrés Ordinaires (MCO) qui est de la forme :

$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$ Avec α = constante ; β = coefficient du facteur qui varie en fonction des valeurs de X , et ε_t = terme aléatoire au temps t .

L'utilisation du modèle MCO cherche à minimiser l'erreur quadratique tout en respectant certaines hypothèses³ qui valident le modèle. Or, certaines données financières comme les rendements des cours boursiers présentent des courbes de densité à queues lourdes et sont parfois plus pointues que la normale, et celles-ci sont dues par des valeurs extrêmes (faible rendement et rendement performante). Ce qui traduit une violation de l'hypothèse de normalité des erreurs. Par conséquent, le MCO perd sa vertu et devient moins opérante. Une alternative au MCO, la régression quantile, introduite par (Koenker & Hallock, 2001) pour l'ajustement des certaines variables aléatoires caractérisées par des valeurs extrêmes. La fonction quantile conditionnelle de la variable aléatoire Y_{it} conditionnellement aux vecteurs de variables explicatives X_{it} pour le quantile comme la plus petite valeur de Y tel que la fonction de distribution de Y_{it} conditionnellement à X soit au moins égal à τ . Formellement,

³ H1 : $E(\varepsilon_t) = 0, \forall t$

H2 : $Cov(X_{it}, \varepsilon_t) = 0, \forall t, i$

H3 : $Rg(X_{(T,K)}) \leq Min(T, K)$.

H4 : $V_\varepsilon = E(\varepsilon, \varepsilon') = \sigma_\varepsilon^2 I$ (I est une matrice identité)

H5 : $\frac{X'X}{T}$ tend vers une matrice finie non singulière.

l'équation générale se présente comme suit :

$$Q_\tau(y_i/x_i) = \inf \{Y : F_Y(Y/x_i) \geq \tau\} \quad (13)$$

Comme les quantiles conditionnels sont des fonctions linéaires du vecteur de variables explicatives X, on en déduit :

$$\beta_\tau = \arg \min_b \epsilon \left[\rho_\tau(y_i - x'_i b) \right] \quad (14)$$

Avec

$\rho_\tau(u) = (\tau - \mathbb{1}(u \leq 0))u$ L'estimateur des paramètres de la régression quantile est alors obtenu en minimisant l'équivalent empirique de la fonction objectif :

$$\hat{\beta}_\tau = \arg \min_b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\rho_\tau(y_i - x'_i b) \right]. \quad (15)$$

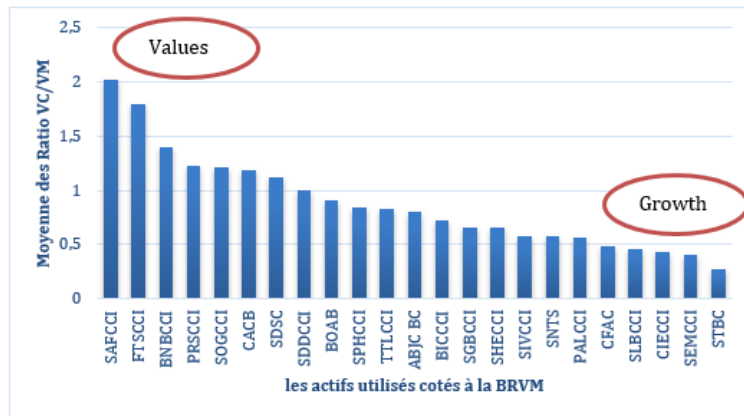
Le choix de la régression quantile est motivé par la nature de la distribution des observations qui présentent souvent des valeurs extrêmes. Selon Sharma et al. (Sharma, Gupta, & Singh, 2016), l'estimation des rendements par MCO ne donne pas un bon estimateur pour cause de la nature des valeurs aberrantes qui ont des conséquences sur le modèle. (Koenker & Hallock, 2001) a utilisé cette méthode pour modéliser des déterminants de poids des nouveaux nés, et aussi les dépenses en nourriture, aux Etats-Unis. Il y a aussi (Chang, Hung, & Nieh, 2011) dans la réexamen de MEDAF a utilisé la régression quantile pour mesurer la relation rendement risque systématique. D'après (Eboulet & Matei, 2013), la régression quantile est une bonne technique d'estimation. Sur des données relatives aux scores moyens des élèves caractérisant des élèves faibles et performants en Suisse Normande, cette technique dégage clairement les caractéristiques des élèves quel que soit le niveau de score. Pour finir, il y a (Bitar, 2014) qui a utilisé la même technique dans sa thèse pour évaluer les déterminants des stabilités des banques sur un échantillon de banque islamique et conventionnelle des pays du monde.

3.3 Analyse et interprétations des résultats

Le nombre des variables utilisées: Il y a 31 actions sélectionnées mais seulement 18 sont utilisées parce que certaines compagnies présentent de capitaux propres de signe négatif qui exclues automatiquement la société de la base d'étude. Finalement on dénombre au total 18 actions réparties en deux échantillons de portefeuilles de petite taille et de grande taille en termes de capitalisation boursière (Tableau 3).

Statistique descriptive des variables : le ratio VC/VM Selon le graphique 2, deux catégories de portefeuilles se dégagent, les portefeuilles de valeurs constitués des actions de petite capitalisation boursière dont la valeur ratio est située entre 1 et 2 (SDSC, CACB, FTSCCI, SAFCCI, etc.). Et les portefeuilles de croissances caractérisés par un faible ratio, en deçà d'un (1), et ce sont des actions à grosse capitalisation boursière (STB, SEMCCI, CFAC, SNTS...).

Statistiques descriptifs des facteurs des modèles: Le tableau 1 résume les statistiques des facteurs nouvellement calculés. On dénombre 120 observations mensuelles (2006



Source : Auteur, Données BRVM sur Bloomberg

Figure 2: Portefeuilles de valeur et Portefeuilles de croissance

-2015) sauf pour le facteur CMA (Conservative Minus Agressive) qui totalise en tout 108 observations à cause du calcul du facteur croissance de « Investissement » qui décale les observations d'une année. Ainsi, les facteurs qu'ils soient dépendants ou indépendants ont globalement des valeurs minimales et maximales comprises entre -34 et 56.77, avec des moyennes allant de -0,311 à 2,10. Aussi, les statistique d'aplatissement et d'asymétrie sont différentes des valeurs respectivement 3 et 0, puis les courbe des densité des portefeuilles sont différentes de la courbe de densité de Gauss.

Statistiques de corrélation: Dans le tableau 2 il n'y a pas de corrélation linéaire significative entre les facteurs explicatifs. Par contre, il existe une corrélation linéaire significative entre les facteurs explicatifs et les facteurs à expliquer, et les coefficients se situent entre -0,462 à 0,695.

Les analyses et interprétations des résultats des modèles

MEDAF: en considérant les quantiles Q1, Q2 et Q3 comme valeurs centrales des estimations, on constate que tous les coefficients des facteurs sont significatifs et variant respectivement par ordre de grandeur de [0,31 ; 0,61], [0,38 ; 0,63] et [0,38 ; 0,78], sauf pour les portefeuilles SL et SM qui sont nuls pour Q2. Aussi, toutes les constantes sont significatives et varient respectivement de [-3,48 ; 1,40], [1,06 ; 2,15] et [3,33 ; 5,53]. Ainsi, on peut dire que l'estimation par QR donne des bons prédicteurs à tous les niveaux de quantile (25, 50 et 75 pour cent) par rapport au MCO. (Réf : Tableau 5, Tableau 6 et Tableau 7).

Le MEDAF de Bornholt (2007) : les pseudo R-deux des portefeuilles des trois quantiles Q1, Q2 et Q3 varient en bloc et par ordre de grandeur de pourcentage respectivement de [1,18 ; 21,69], [1,63 ; 15,23] et [3,31 ; 20,82]. Quant aux coefficients des facteurs risques de marché qui sont tous significatifs et ceux de Bornholt, selon les quantiles Q1, Q2 et Q3,

varient respectivement de [0,31 ; 0,63], [0,06 ; 0,56] et [0,46 ; 0,74] ; [-0,56 ; -0,32], [-0,36 ; -0,30] et [-0,32 ; 0,38]. Mais, pour les coefficients des facteurs de Bornholt, en dehors du cas de quantile Q1, seulement les coefficients des facteurs de [SM (-0,36) et BH (-,30)] et [BM (-0,32) et BL (0,38)] sont significatifs pour les quantiles Q2 et Q3. On note aussi sur tous les modèles que toutes les constantes sont non nulles sauf pour le cas du portefeuille SL en Q2, qui est nul. (Réf : Tableau 5, Tableau 6 et Tableau 7).

Downside Risk MEDAF : l'estimation de quantile Q3 montre que tous les Downside betas sont significatifs et appartiennent à l'intervalle [1,58 ; 3,04]. Mais, pour les autres modèles, certains coefficients des facteurs SL et SM pour les quantiles Q1 et Q2 ne sont pas significatifs. (Réf : Tableau 5, Tableau 6 et Tableau 7).

Fama et French à trois facteurs (1993) : comme ce modèle semble le meilleur à capter les variations des rendements des actions dans les différents portefeuilles, dans ce cas, une comparaison est faite entre les deux approches, MCO et QR. En effet, on constate que tous les portefeuilles sont pleinement significatifs en termes de facteurs risques et profits sauf pour le portefeuille BM dont les coefficients des facteur HML en Q2 et Q3 ne sont pas significatif au seuil de 5 pour cent. Ainsi le pseudo R-deux minimal et maximal s'établissent respectivement à 6,41 pour cent et 37,75 pour cent. Les faits saillants se remarquent au niveau de SM (graphique 5) ou le MCO n'est pas un bon estimateur pour le facteur RMRF avant le 10e quantile et de même au-delà de 95e quantile pour le facteur HML (graphique 5). Pour SH (graphique 6), le MCO n'arrivent pas à bien estimé le modèle au niveau RMRF au-delà du 90e quantile. BL (graphique 7), lui à ce niveau, le MCO estime mal le facteur HML au-delà du 85e quantile. (Réf : Tableau 5, Tableau 6 et Tableau 7).

Fama et French à cinq facteurs (2015) : en se référant aux tableaux 5, 6 et 7, il ressort qu'au niveau des quantiles Q1, Q2 et Q3, tous les coefficients des différents facteurs de risques et rentabilité qu'ils s'agissent de MKT ([0,55 ; 0,82], [0,33 ; 0,75] et [0,37 ; 0,77]), de SMB([-0,58 ; 0,72], [-0,37 ; 0,75] et [0,49 ; 1,04]) ou de HML([-0,33 ; 0,83], [-0,29 ; 0,70] et [-0,22 ; 0,84]), sont significatifs au seuil de 5 pour cent. Par contre, pour les facteurs CMA et RMW seulement les portefeuilles BL (en Q1), SM (en Q2) et BH (en Q3) sont significatifs aussi bien dans les deux cas.

En conclusion, on peut noter que la régression par quantile d'ordre Q1, Q2 et Q3 corrige l'effet des valeurs influentes caractérisés par les valeurs extrêmes (les plus petites valeurs et les plus grandes), ainsi que la normalité des résidus. Dans ce cas, la régression par quantile est un bon estimateur des rendements des actions boursières.

Conclusion générale : Dans cette étude il a été question d'identifier les facteurs de risque et de rentabilité des actions de la BRVM à travers les différents modèles en utilisant la régression quantile (QR). Il en résulte que les portefeuilles des actions sont globalement significatifs et ceci dans tout les modèles. Lorsque'on s'intéresse aux rendements, le Downside Risk MEDAF affiche des rendements excédentaires par rapports aux autres rendements ailleurs. En considère uniquement la statistique de R-deux, manifestation, les deux modèles de (Fama & French, 1993, 2015) se démarquent du lot. Par ailleurs, en considérant le nombre de facteurs significatifs dans un portefeuille, le MEDAF de (Bornholt, 2007) est éliminé car seulement deux portefeuilles (SM et BH) répondent au modèle. De

même que le modèle (Fama & French, 2015) est éliminé à cause du facteur RMW qui n'est significatif dans aucun des six portefeuilles, même si les facteurs SMB, HML et CMA sont significatifs dans presque la moitié de la totalité des portefeuilles. S'il faut choisir entre les trois modèles restants, à savoir le MEDAF, le Downside beta et le modèle à trois facteurs de Fama et French, le dernier est le meilleur modèle optimal pour le cas des actions de la BRVM. Dans ce dernier, on constate que les portefeuilles des actions à petite capitalisation boursière sont plus rentables. Par ailleurs, on constate le phénomène contraire, c'est à dire que ce sont les portefeuilles à grande capitalisation qui sont rentables .

Dans les travaux à venir, on va essayer d'appliquer le modèle d'Abitrage Pricing Theory sur les mêmes données avec d'autres facteurs, pour identifier les facteurs de rentabilité et de risque.

References

- Aksu, M. H., & Onder, T. (2000). The Size and Book-To-Market Effects and Their Role as Risk Proxies in the Istanbul Stock Exchange. *SSRN Electronic Journal*. Retrieved 2018-08-02, from <http://www.ssrn.com/abstract=250919> (Citation Key: aksu_size_2000) doi: 10.2139/ssrn.250919
- Banz, R. W. (1981, March). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1), 3–18. Retrieved 2018-08-18, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X81900180> doi: 10.1016/0304-405X(81)90018-0
- Basu, S. (1975). The information content of price-earnings ratios. *Financial Management*, 53–64.
- Basu, S. (1983, June). The relationship between earnings' yield, market value and return for NYSE common stocks: Further evidence. *Journal of Financial Economics*, 12(1), 129–156. Retrieved 2018-08-17, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304405X83900314> (Citation Key: basu_relationship_1983) doi: 10.1016/0304-405X(83)90031-4
- Basu, S. K., Paul, J. C., & Bhattacharjee, P. R. (1986, June). Complete test-set generation for bridging faults in combinational-logic circuits. *Information Sciences*, 38(3), 257–269. Retrieved 2018-08-17, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020025586900253> (Citation Key: basu_complete_1986) doi: 10.1016/0020-0255(86)90025-3
- Bhandari, L. C. (1988). Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence. *The Journal of Finance*, 43(2), 507–528. Retrieved 2018-08-18, from <https://www.jstor.org/stable/2328473> doi: 10.2307/2328473
- Bitar, M. (2014). *Banking regulation, stability and efficiency of Islamic banks: what works best? A comparison with conventional banks* (PhD Thesis). Université de Grenoble.
- Bornholt, G. (2007, March). Extending the capital asset pricing model: the reward beta approach. *Accounting & Finance*, 47(1), 69–83. Retrieved 2018-08-02, from <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1467-629X.2007.00202.x> (Citation Key: bornholt_extending_2007) doi: 10.1111/j.1467-629X.2007.00202.x
- Chan, L. K., Hamao, Y., & Lakonishok, J. (1991). Fundamentals and stock returns in Japan. *the Journal of Finance*, 46(5), 1739–1764.
- Chang, M., Hung, J.-C., & Nieh, C.-C. (2011, December). Reexamination of capital asset pricing model (CAPM): An application of quantile regression. *African journal of business management*, 5. doi: 10.5897/AJBM10.697
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1057–1072.
- Eboulet, E., & Matei, A. (2013). *Application de la régression quantile et ses tests statistiques sur les données PISA en Suisse romande* (Tech. Rep.). Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDp).
- Estrada, J. (2002). Systematic risk in emerging markets: the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, 3(4), 365–379.
- Estrada, J. (2003). Mean-semivariance behavior (II): the D-CAPM.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465. Retrieved 2018-08-03, from <http://www.jstor.org/stable/2329112> (Citation Key: fama_cross-section_1992) doi: 10.2307/2329112
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993, February). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56. Retrieved 2018-08-02, from

- <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0304405X93900235> (Citation Key: fama_common_1993) doi: 10.1016/S0304-405X(93)90023-5
- Fama, E. F., & French, K. R. (1995, March). Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. *The Journal of Finance*, 50(1), 131–155. Retrieved 2018-08-24, from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1995.tb05169.x> doi: 10.1111/j.1540-6261.1995.tb05169.x
- Fama, E. F., & French, K. R. (1998, December). Value versus Growth: The International Evidence. *The Journal of Finance*, 53(6), 1975–1999. Retrieved 2018-08-02, from <http://doi.wiley.com/10.1111/0022-1082.00080> (Citation Key: fama_value_1998) doi: 10.1111/0022-1082.00080
- Fama, E. F., & French, K. R. (2012, September). Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, 105(3), 457–472. Retrieved 2018-08-17, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X12000931> (Citation Key: fama_size_2012) doi: 10.1016/j.jfineco.2012.05.011
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015, April). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1–22. Retrieved 2018-08-17, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304405X14002323> (Citation Key: fama_five-factor_2015) doi: 10.1016/j.jfineco.2014.10.010
- Fama Kenneth, Eugene French, & J. MacBeth. (1973). Risk Return and Equilibrium: Empirical Test. *Journal of Political Economy*, 607–636.
- Hamao, Y. (1988). An empirical examination of the arbitrage pricing theory: Using Japanese data. *Japan and the World economy*, 1(1), 45–61.
- Keim, D. B. (1983). Size-related anomalies and stock return seasonality: Further empirical evidence. *Journal of financial economics*, 12(1), 13–32.
- Koenker, R., & Hallock, K. F. (2001, December). Quantile Regression. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 143–156. Retrieved 2018-09-14, from <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/jep.15.4.143> doi: 10.1257/jep.15.4.143
- Lutzenberger, F. T. (2015). Multifactor models and their consistency with the ICAPM: Evidence from the European stock market. *European Financial Management*, 21(5), 1014–1052. (Citation Key: lutzenberger_multifactor_2015)
- Machado, O. P., Bortoluzzo, A. B., Martins, S. R., & Sanvicente, A. Z. (2013). Inter-temporal CAPM: an empirical test with Brazilian market data. *Brazilian Review of Finance*, 11(2), 149–180. (Citation Key: machado_inter-temporal_2013)
- Markowitz, H. (1952, March). Portfolio Selection*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. Retrieved 2018-08-18, from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x
- Modigliani, F., & Pogue, G. A. (1973). *A test of the capital asset pricing model on European stock markets* (Working paper No. 667-73.) Massachusetts Institute of Technology (MIT), Sloan School of Management. Retrieved 2018-08-18, from <https://econpapers.repec.org/paper/mitsloanp/1871.htm>
- Piessse, J., & Hearn, B. (2005, March). Regional Integration of Equity Markets in Sub-Saharan Africa. *South African Journal of Economics*, 73(1), 36–52. Retrieved 2018-08-18, from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1813-6982.2005.00003.x> doi: 10.1111/j.1813-6982.2005.00003.x
- R Novy-Marx. (2013). The other side of value: The gross profitability premium. *Journal of Financial Economics*, 1–28.
- Roll, R., & Ross, S. A. (1984). The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning. *Financial Analysts Journal*, 40(3), 14–19+22–26. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/4478741> (Citation Key: richard_roll_arbitrage_1984)

- Sharma, P., Gupta, P., & Singh, A. (2016, October). Pricing Ability of Four Factor Model using Quantile Regression: Evidences from India. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 6(4), 1815–1826. Retrieved 2018-09-15, from <http://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/2997>
- Soumaré, I., Aménounvé, E. K., Diop, O., Méité, D., & N'sougan, Y. D. (2013, February). Applying the CAPM and the Fama–French models to the BRVM stock market. *Applied Financial Economics*, 23(4), 275–285. Retrieved 2018-08-02, from <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09603107.2012.718062> (Citation Key: soumare_applying_2013) doi: 10.1080/09603107.2012.718062
- Titman, S., Wei, K. C. J., & Xie, F. (2004). Capital Investments and Stock Returns. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 39(4), 677–700. Retrieved 2018-08-18, from <https://www.jstor.org/stable/30031881>

Années	S/L	S/M	S/H	B/L	B/M	B/H	Total
2006	2	0	7	3	2	4	18
2007	2	1	6	3	1	5	18
2008	1	1	7	4	1	4	18
2009	2	1	6	3	1	5	18
2010	2	1	6	3	1	5	18
2011	2	0	7	3	2	4	18
2012	2	0	7	3	2	4	18
2013	2	0	7	4	1	4	18
2014	1	1	7	4	1	4	18
2015	0	2	8	5	0	3	18
Moyenne	1,6	0,7	6,8	3,5	1,2	4,2	

Figure 3: Nombre de variable par portefeuille

	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart type	Variance	Kurtosis	
	Statistiques	Statistiques	Statistiques	Statistiques	Statistiques	Statistiques	Statistiques	Erreur std.
SLRf	120	-20,041	56,777	1,397	9,153	83,777	11,900	,438
SMRf	120	-34,115	35,230	2,109	8,327	69,347	5,596	,438
SHRf	120	-20,314	24,173	1,501	5,814	33,801	2,832	,438
BLRf	120	-16,954	24,077	2,813	6,157	37,910	1,985	,438
BMRf	120	-27,623	24,628	1,144	6,804	46,296	4,002	,438
BHRf	120	-15,666	14,246	1,682	4,873	23,743	1,467	,438
RmRf	120	-14,683	19,120	0,815	4,780	22,847	2,694	,438
SMB	120	-17,162	20,462	-0,211	5,084	25,845	2,758	,438
HML	120	-12,468	33,494	0,513	6,321	39,949	5,955	,438
RMW	120	-10,691	9,511	-0,311	4,175	17,434	-0,85	,438
CMA	108	-8,239	7,785	-0,103	3,977	15,818	-0,723	,461
RM	120	-14,524	19,281	0,978	4,784	22,884	2,683	,438

Figure 4: Tableau de statistique des portefeuilles

		SLRf	SMRf	SHRf	BLRf	BMRf	BHRf	RmRf	SMB	HML	RMW	CMA
Corrélation de Pearson	SLRf	1	,022	,329**	,409**	,086	,199*	,297**	,471**	,695**	-,059	-,011
	SMRf	,022	1	,223*	,208*	,103	,186*	,177	,455**	-,057	,034	,005
	SHRf	,329**	,223*	1	,265**	,104	,361**	,392**	,432**	-,231*	-,145	-,123
	BLRf	,409**	,208*	,265**	1	,238**	,236**	,547**	-,125	,570**	,110	-,160
	BMRf	,086	,103	,104	,238**	1	,211*	,412**	-,462**	,049	,037	-,068
	BHRf	,199*	,186*	,361**	,236**	,211*	1	,456**	-,150	-,292**	-,143	-,223*
	RmRf	,297**	,177	,392**	,547**	,412**	,456**	1	-,127	,125	,085	-,083
	SMB	,471**	,455**	,432**	-,125	-,462**	-,150	-,127	1	,139	-,087	,119
	HML	,695**	-,057	-,231*	,570**	,049	-,292**	,125	,139	1	,133	,068
	RMW	-,059	,034	-,145	,110	,037	-,143	,085	-,087	,133	1	,001
	CMA	-,011	,005	-,123	-,160	-,068	-,223*	-,083	,119	,068	,001	1

(*), (**): La corrélation est significative respectivement au niveau 0,05 et 0,01.

Figure 5: la matrice de corrélation

Quantiles	Modèle de régression	Portefeuilles	Constante	MEDAF	MEDAF Bornholt	MEDAF Bornholt	Downside Risk	B^{BARRF}	S^{SMB}	H^{HML}	C^{CMA}	R^{RMW}	Pseudo R ² (%)
			(a)	(b)	(c)	(d)							
MEDAF	SL	-3,48*** (0.00)	0,31** (0.03)										3,18
	SM	-0,55 (0.35)	0,00 (0.99)										0
	SH	-1,95*** (0.00)	0,61*** (0.00)										12
	BL	-0,98 (0.03)	0,63 (0.00)										12,82
	BM	-2,47*** (0.00)	0,56*** (0.00)										4,26
	BH	1,40* (0.05)	0,44*** (0.00)										11,69
	SL	-3,21*** (0.00)		0,31** (0.03)	-0,03 (0.87)								3,23
	SM	0,15 (0.89)		0,12 (0.46)	-0,29 (0.19)								1,18
	SH	-1,85* (0.05)		0,63*** (0.00)	-0,03 (0.86)								12,14
	BL	-0,43 (0.52)		0,53*** (0.00)	-0,19 (0.19)								13,38
	BM	-0,34 (0.73)		0,47*** (0.00)	-0,56*** (0.00)								9,56
	BH	-0,17 (0.78)		0,54*** (0.00)	-0,32** (0.01)								21,69

Figure 6: Résultat de l'estimation par régression quantile

Q1	Downside Risk MEDAF	SL	-2,85** (0.01)																0,18	
		SM	-0,57 (0.48)																	0,03
		SH	1,08 (0.14)																	11,39
		BL	0,78 (0.17)																	10,58
		BM	-0,18 (0.84)																	4,67
		BH	0,76 (0.26)																	12,78
	FAMA-FRENCH à Trois Facteurs	SL	-2,86*** (0.00)																	32,68
		SM	-0,52 (0.38)																	6,41
		SH	-0,87 (0.13)																	32,03
		BL	-0,55 (0.14)																	31,19
		BM	-2,23*** (0.00)																	11,47
		BH	-1,10** (0.04)																	21,62
	FAMA-FRENCH à Cinq Facteurs	SL	-2,58*** (0.00)																	32,26
		SM	-0,38 (0.72)																	12,2
		SH	-0,87* (0.06)																	37,35
		BL	-0,58 (0.14)																	35,8
		BM	-2,71*** (0.00)																	15,18
		BH	-1,52*** (0.00)																	26,48

(*), (**) et (***) : seuil de significativité respectivement au niveau 0.10 ; 0,05 et 0,01.

Figure 7: suite Résultat de l'estimation par régression quantile

Quantiles	Modèle de régression		Portefeuilles	Constante	MEDAF	MEDAF Bornholt	MEDAF Bornholt	Downside Risk	B^{DOWN}	S^{SMIE}	H^{HIME}	C^{COMA}	R^{RAMW}	Pseudo R^2 (%)
	(a)	(b)	(c)	(d)										
MEDAF	SL	0,59 (0.36)	0,20 (0.17)											1,42
	SM	1,82 (0.35)	0,08 (0.99)											0,17
	SH	1,35*** (0.00)	0,44*** (0.00)											10
	BL	2,15*** (0.00)	0,63*** (0.00)											11,81
	BM	1,06** (0.02)	0,38** (0.00)											6,27
	BH	1,40*** (0.00)	0,44*** (0.00)											11,69
MEDAF de Bornholt	SL	0,06 (0.94)		0,23* (0.09)	0,11 (0.56)									1,63
	SM	2,77*** (0.00)		0,06 (0.63)	-0,30* (0.07)									2,49
	SH	1,33* (0.06)		0,41* (0.00)	0,06 (0.70)									10,23
	BL	1,3* (0.07)		0,56** (0.00)	0,21 (0.17)									12,06
	BM	1,28 (0.12)		0,33*** (0.00)	-0,11 (0.50)									6,37
	BH	2,37*** (0.00)		0,46*** (0.00)	-0,36*** (0.00)									15,23

Figure 8: Résultat de l'estimation par régression quantile (Q2)

Q2	Downside Risk MEDAF	SL	0,66 (0.74)																	0	
		SM	1,98*** (0.00)																		0,19
		SH	3,02*** (0.00)																		7,91
		BL	3,36*** (0.00)																		9,12
		BM	2,63*** (0.00)																		6,17
		BH	3,05*** (0.00)																		9,11
FAMA-FRENCH à Trois Facteurs	SL	0,25 (0.64)					0,53*** (0.00)	0,75*** (0.00)	0,81*** (0.00)											31,73	
	SM	2,59*** (0.00)					0,22* (0.05)	0,60*** (0.00)	-0,21** (0.01)											10,43	
	SH	1,16*** (0.00)					0,70*** (0.00)	0,58*** (0.00)	-0,33*** (0.00)											28,35	
	BL	1,64*** (0.00)					0,67*** (0.00)	-0,15*** (0.00)	0,43*** (0.00)											30,41	
	BM	1,21*** (0.01)					0,38*** (0.00)	-0,29*** (0.00)	-0,01 (0.87)											13,12	
	BH	1,35*** (0.00)					0,48*** (0.00)	0,00 (0.99)	-0,19*** (0.00)											17,31	
FAMA-FRENCH à Cinq Facteurs	SL	0,60 (0.34)					0,46*** (0.00)	0,70*** (0.00)	0,70*** (0.00)	-0,17 (0.27)	-0,16 (0.27)									28,94	
	SM	2,73*** (0.00)					0,33** (0.03)	0,75*** (0.00)	-0,13 (0.22)	-0,27* (0.08)	0,32** (0.02)									16,83	
	SH	0,90*** (0.03)					0,93*** (0.00)	0,64*** (0.00)	-0,29*** (0.00)	-0,03 (0.74)	-0,03 (0.78)									35,19	
	BL	1,57*** (0.01)					0,75*** (0.00)	-0,10 (0.28)	0,56*** (0.00)	-0,16 (0.15)	0,06 (0.57)									33,74	
	BM	1,14** (0.02)					0,51*** (0.00)	-0,37*** (0.00)	0,18** (0.04)	0,02 (0.90)	-0,08 (0.50)									14,85	
	BH	1,69** (0.00)					0,45*** (0.00)	0,04 (0.74)	-0,20** (0.03)	-0,15 (0.27)	-0,11 (0.38)									20,19	

(*), (**) et (***) : seuil de significativité respectivement au niveau 0.10 ; 0,05 et 0,01.

Figure 9: suite résultat de l'estimation par régression par quantile (Q2)

Quantiles	Modèle de régression	Portefeuilles	Constante	MEDAF	MEDAF Bornholt	MEDAF Bornholt	Downside Risk	B^{BARR}	S^{SMB}	H^{HML}	C^{CMA}	R^{RMW}	Pseudo R ² (%)	
			(a)	(b)	(c)	(d)								
Q3	MEDAF	SL	4,32*** (0.00)	0,49*** (0.00)										2,71
		SM	5,53*** (0.00)	0,24 (0.28)										1,37
		SH	3,73*** (0.00)	0,39 (0.00)										7,8
		BL	4,68*** (0.00)	0,78*** (0.00)										16,64
		BM	3,33*** (0.00)	0,46*** (0.00)										8,63
		BH	3,67*** (0.00)	0,38*** (0.00)										6,95
	MEDAF de Bornholt	SL	3,47** (0.01)		0,74*** (0.00)	0,34 (0.24)								3,31
		SM	6,37*** (0.00)		0,22 (0.28)	-0,44 (0.13)								3,96
		SH	2,83*** (0.00)		0,55*** (0.00)	0,25 (0.15)								9,1
		BL	3,05*** (0.00)		0,73*** (0.00)	0,38** (0.04)								20,02
		BM	3,55*** (0.00)		0,48*** (0.00)	-0,04 (0.84)								8,75
		BH	4,71** (0.00)		0,46*** (0.00)	-0,32** (0.05)								9,75
	Downside Risk MEDAF	SL	5,43*** (0.00)				0,57 (0.55)							0,38
		SM	5,68** (0.00)				0,00 (0.99)							0
		SH	5,98*** (0.00)				1,67** (0.02)							6,92
		BL	7,69*** (0.00)				3,04*** (0.00)							12,84
		BM	5,42*** (0.00)				1,79** (0.02)							7,46
		BH	5,65*** (0.00)				1,58*** (0.00)							7,12

Figure 10: Résultat de l'estimation par régression quantile niveau Q3

FAMA-FRENCH à Trois Facteurs	SL	3,85*** (0.00)				0,50*** (0.00)	0,89*** (0.00)	0,94*** (0.00)				37,55
	SM	5,37*** (0.00)				0,49*** (0.00)	0,88*** (0.00)	-0,15 (0.25)				17,42
	SH	3,84*** (0.00)				0,62*** (0.00)	0,63*** (0.00)	-0,30*** (0.00)				28,32
	BL	4,11*** (0.00)				0,62*** (0.00)	-0,29*** (0.00)	0,54*** (0.00)				35,39
	BM	3,33*** (0.00)				0,38** (0.01)	-0,44** (0.00)	0,09 (0.42)				17,93
	BH	3,87*** (0.00)				0,52*** (0.00)	-0,01 (0.92)	-0,28*** (0.00)				14,11
FAMA-FRENCH à Cinq Facteurs	SL	3,54*** (0.00)				0,51*** (0.00)	0,69*** (0.00)	0,84*** (0.00)	-0,06 (.74)	-0,27 (0.13)		32,11
	SM	5,73*** (0.00)				0,75*** (0.00)	1,04*** (0.00)	-0,05 (0.73)	-0,17 (0.41)	0,23 (0.24)		27,23
	SH	3,50*** (0.00)				0,70*** (0.00)	0,53*** (0.00)	-0,22*** (0.00)	-0,18 (0.12)	-0,03 (0.76)		36,26
	BL	4,22*** (0.00)				0,77*** (0.00)	-0,14 (0.24)	0,69*** (0.00)	-0,31** (0.03)	0,02 (0.87)		42,99
	BM	3,13*** (0.00)				0,60*** (0.00)	-0,49*** (0.00)	0,20 (0.13)	-0,17 (0.35)	-0,02 (0.90)		20,13
	B H	4,06*** (0.00)				0,37** * (0.00)	-0,03 (0.76)	-0,27*** (0.00)	- 0,28** * (0.00)	- 0,24** (0.01)		20,5 4

(*), (**) et (***) : seuil de significativité respectivement au niveau 0.10 ; 0,05 et 0,01.

Figure 11: Résultat de l'estimation par regression quantile (Q3)

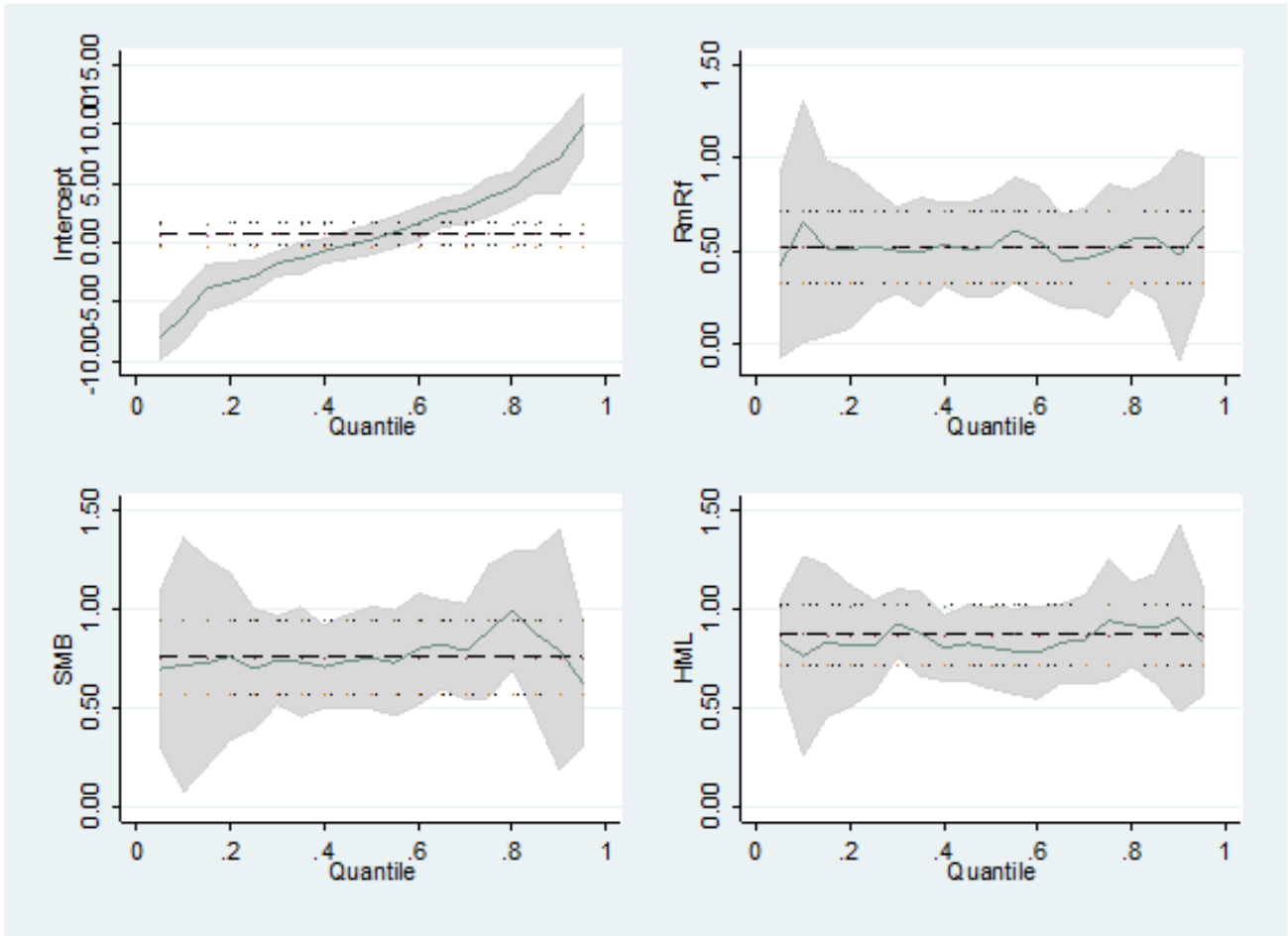


Figure 12: Portefeuille SL

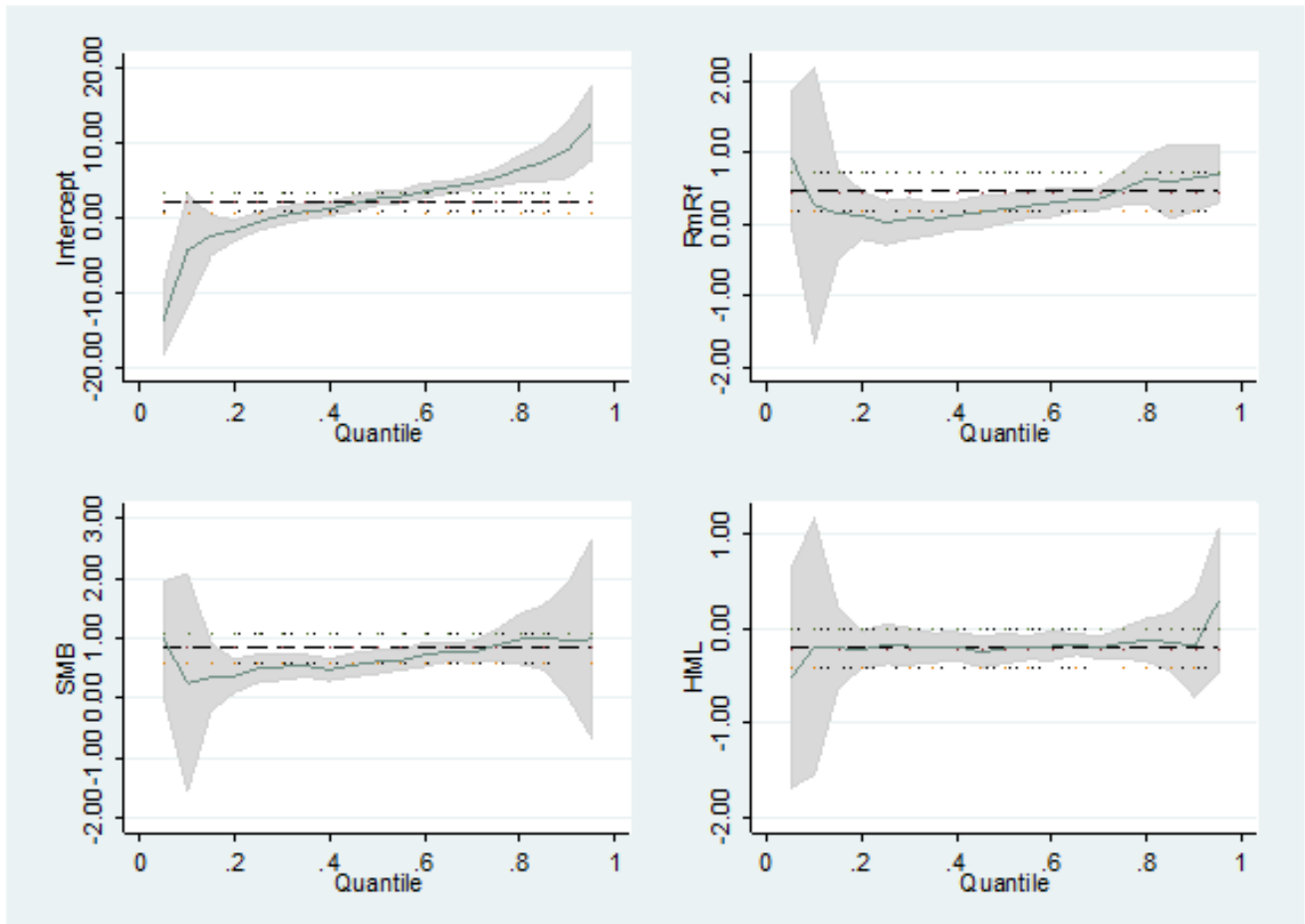


Figure 13: Portefeuille SM

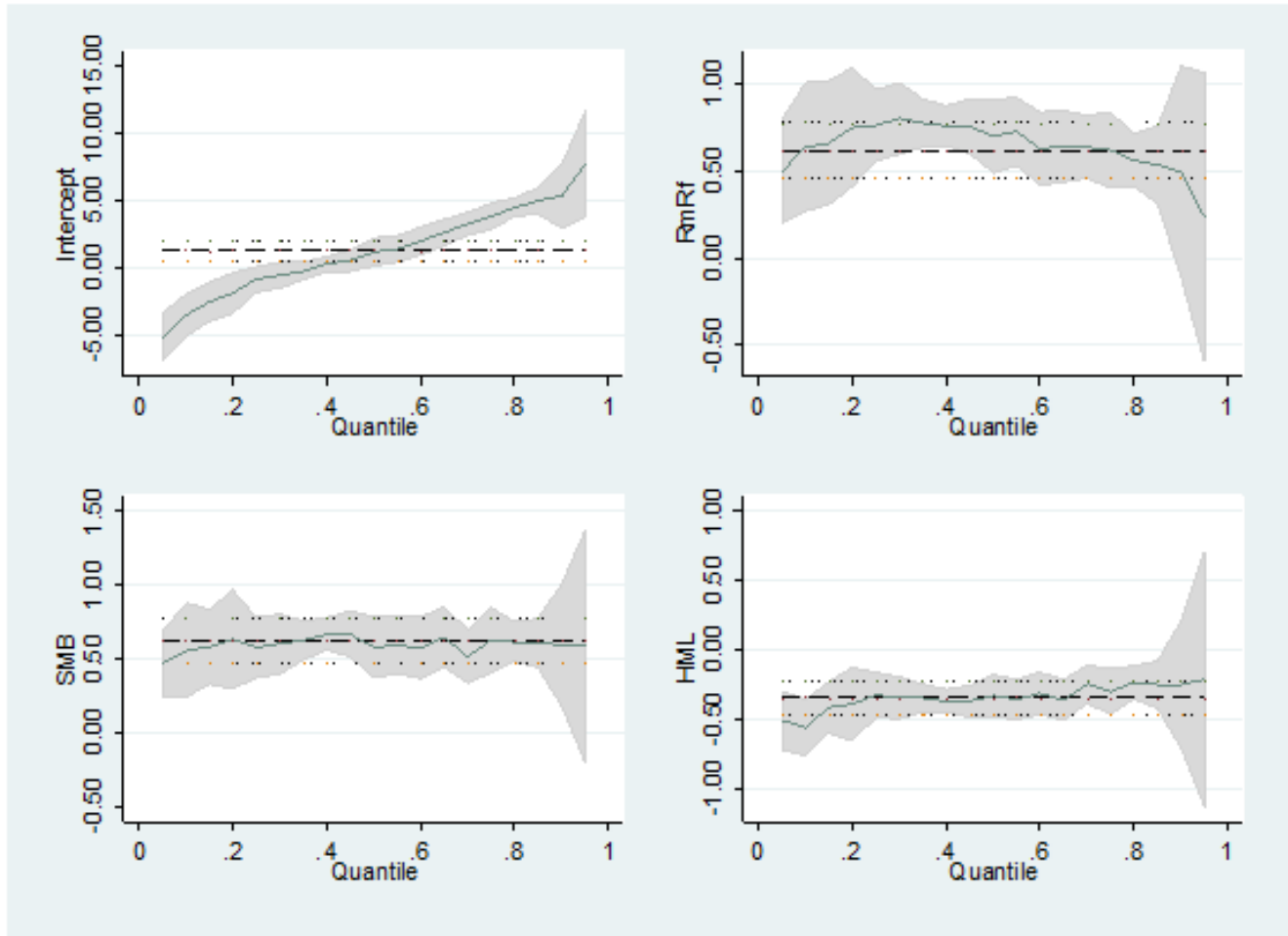


Figure 14: Portefeuille SH

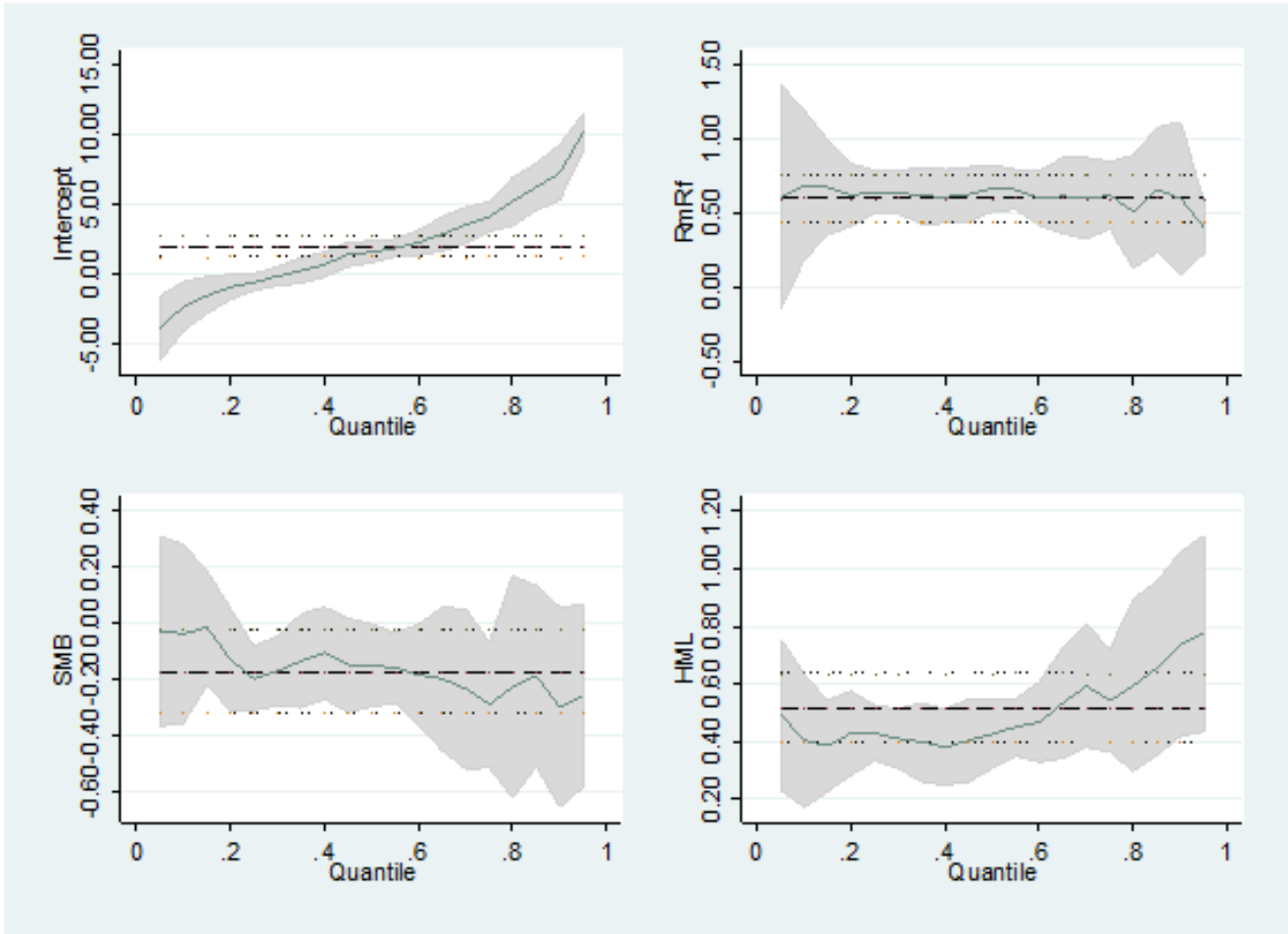


Figure 15: Portefeuille BL

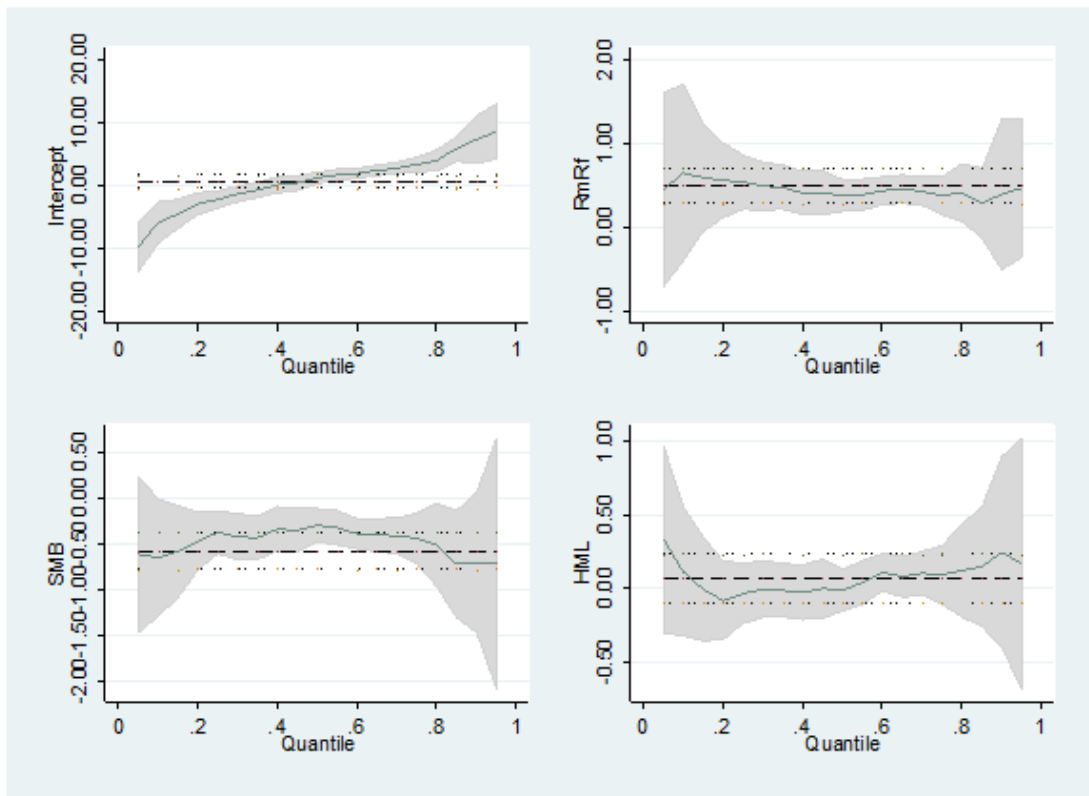


Figure 16: Portefeuille BM

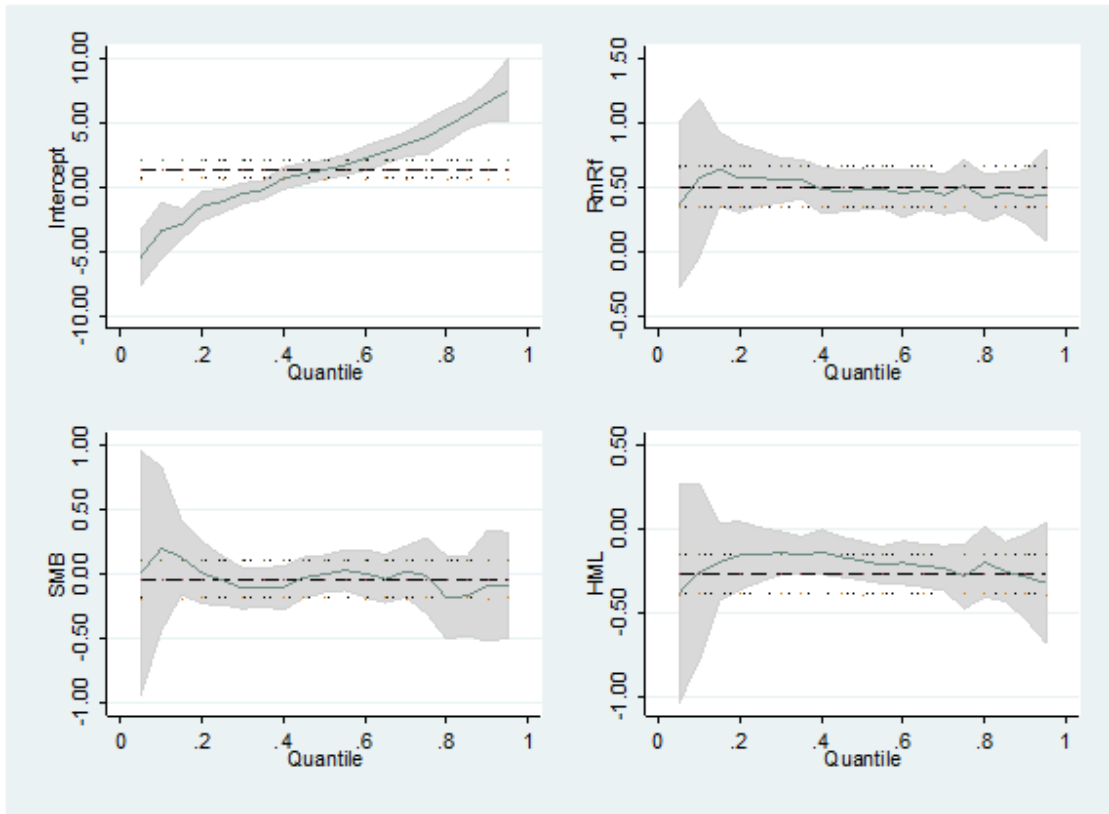


Figure 17: Portefeuille BH